Números de Graces y de Ferani

Números de Ferani.

Sea (m) un número natural y (n) un $número$ (m) con los dígitos invertidos. A (m) le restamos (n) e iteramos el proceso, tomando siempre el valor absoluto de las diferencias; si en una de las iteraciones el resultado vuelve a ser (m), entonces decimos que (m) es un número de Ferani (F).

Ejemplos:

$$|09 - 90| = 81$$
$$|81 - 18| = 63$$
$$|63 - 36| = 27$$
$$|27 - 72| = 45$$
$$|45 - 54| = 09$$

$$|495 - 594| = 99$$
$$|99 - 990| = 891$$
$$|891 - 198| = 693$$
$$|693 - 396| = 297$$
$$|297 - 792| = 495$$

Algunos números de Ferani son: 9, 27, 45, 63,81, 99, 297, 495, 693, 891,909, 999,2727, 4545, 6363, 8181,9009, 9999…

Los números de Ferani mostrados en la lista forman grupos de cinco números que al ser iterados se repiten una y otra vez; sin embargo un grupo no necesariamente debe estar formado por cinco números, pero si debe hacerse cíclico.

Ejemplo:

$$|2178 - 8712| = 6534$$
$$|6534 - 4356| = 2178$$

En el ejemplo los números de Ferani (2178; 6534) forman un grupo de sólo dos números.

Propiedades de los números de Ferani (grupos de cinco).

a) Sean F_a, F_b, F_c, F_d, F_e números de Ferani y G_a, G_b, G_c, G_d, G_e números de Graces, entonces (en los grupos de cinco) se cumple que:

$$|F_a - G_a| = F_e$$
$$|F_e - G_e| = F_d$$
$$|F_d - G_d| = F_b$$
$$|F_b - G_b| = F_c$$
$$|F_c - G_c| = F_a$$

Como se puede observar, F_a, F_b, F_c, F_d, F_e forman un grupo de cinco que al iterarse se repiten una y otra vez, se hacen cíclicos.

b) La suma de los dígitos de todo número de Ferani siempre es igual a 9, siempre son múltiplos de 9.

c) Un número de Ferani se puede concatenar n-veces con el mismo y el resultado, de dicha concatenación, siempre será otro número de Ferani.
Ejemplos: 9; 99; 999; 9999; 99999…
27; 2727; 272727; 27272727…

d) Si F_n^5 es el conjunto de los números de Ferani (grupos de cinco), entonces su sumatoria es convergente.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{F_n^5} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{45} + \frac{1}{63} + \frac{1}{81} + \frac{1}{99} + \frac{1}{297} + \cdots + \frac{1}{F_n} \ldots = k$$

Las sumas y restas alternadas, también convergen.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{F_n^5} (-1)^{n-1} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \frac{1}{45} - \frac{1}{63} + \frac{1}{81} - \frac{1}{99} + \frac{1}{297} - \cdots + \frac{1}{F_n} - \frac{1}{F_{n+1}} \ldots = i$$

e) Los números de Ferani que resultan ser palíndromos como el 9 ó 909; no se comportan como los segundos, es decir que al invertir sus dígitos el número no es el mismo.

Ejemplos:

9 <-> 90; 909 <-> 9090; 999 <-> 9990

Números de Graces.

Sea (n) un número natural y (m) un $número$ (n) con los dígitos invertidos. A (n) le restamos (m) e iteramos el proceso, tomando siempre el valor absoluto de las diferencias; si en una de las iteraciones el resultado nos da (m), entonces decimos que (n) es un número de Graces (G).
Ejemplo:

$$|18 - 81| = 63$$
$$|63 - 36| = 27$$
$$|27 - 72| = 45$$
$$|45 - 54| = 9$$
$$|09 - 90| = 81$$

Algunos números de Graces son: 18, 54, 36, 72, 90, 198, 396, 594, 792, 990, 5454, 9090…
Un número de Graces (G) no es más que un número de Ferani (F) con los dígitos invertidos y viceversa. La sumatoria de los números de Graces también es convergente.

El nombre de Graces es un anagrama de Garcés y el de Ferani es el anagrama de Efraín. Sin el apoyo de las citadas personas tales números quizás nunca habrían salido a la luz, mi agradecimiento a ellos.